Goal Seeking Behaviour in Continuous Dynamic Trading

AUTHOR(S):
土肥, 正; 北岡, 栄一; 尾崎, 俊治

CITATION:
土肥, 正 ...[et al]. Goal Seeking Behaviour in Continuous Dynamic Trading. 数理解析研究所講究録 1996, 947: 79-87

ISSUE DATE:
1996-04

URL:
http://hdl.handle.net/2433/60269

数理解析研究所講究録
947 巻 1996 年 79-87

Goal Seeking Behaviour in Continuous Dynamic Trading

土肥 正, 北岡 栄一, 尾崎 俊治
DOHI Tadashi, KITAOKA Eiichi, OSAKI Shunji
広島大学工学部

1. はじめに

ポートフォリオ決定問題とは，一定の資産を運用するにあたり，収益性と危険性の両面を考慮に入れた上でどのような資産をどれだけ保有するべきかを決定する問題，換言すれば保有可能な種々の資産目録 (ポートフォリオ) の中から，最も望ましい運用資産の投資比率を選択する問題である．特に Merton [1] による初期の研究以来，証券価格が連続状態連続時間確率過程に従う場合のポートフォリオ決定問題は，多くの研究者によって議論されてきた．

投資家が Arrow-Pratt の意味で危険回避的であり，指数型，対数型，べき型等の典型的なタイプの効用をもつならば，各資産への投資比率を一定に保つようにポートフォリオのリバランスを続ける (フィードバック制御を行う) ことが最適であることが知られている．しかしながら，個人投資家の効用と直接資産を運用する機関投資家の効用が常に同一であるとは限らないことを考慮すれば，期待効用仮説に基づいたアプローチは現実のポートフォリオマネジメントにはなじまない等の問題点が指摘されている．事実，現実の市場における機関投資家の興味は，自らの運用資産が予め定められたパフォーマンスに到達するか否かにあり，目標到達型の行動を示すことが知られている．

Algoet and Cover [2] や Heath *et al.* [3] は，総資産価格がある目標レベルに到達するまでの期待時刻を最小にするようなポートフォリオ決定問題を議論し，最適ポートフォリオが Kelly Strategy [4] に一致することを示した．また，Cogger *et al.* [5] は，ポートフォリオへの資産組入比率が資産運用期間中一定であるという条件の下で，期間中に総資産価格がある目標レベルに到達する確率を最大にする問題について議論している．Dohi *et al.* [6, 7, 8] も同様な仮定の下で，目標レベルを投資家の意志決定に明示的に組み入れた投資戦略について議論している．

本研究では，Cogger *et al.* [5] によって議論された目標到達型ポートフォリオ決定問題をより一般的な仮定の下で考察する．すなわち，運用資産が予め定められた計画期間内に目標レベルに到達する確率を最大にする最適行動がフィードバック制御形態をとるための必要かつ十分条件を示す．さらに応用問題として，Fractional Kelly Strategy [9, 10, 11] をとりあげ，最適ポートフォリオを特徴づけることを試みる．

2. 連続時間 2 資産ポートフォリオ決定問題

投資家の資産は 2 種類の証券から構成されるものとする．ひとつは債券などの無危険資産であり，時刻 $t \geq 0$ における価格は，無危険利子率 r によって $p_0 \exp(rt)$ のように表される．もう一方の資産は複数個の株式等によって構成される危険資産であり，その時刻 t における価格はパラメータ (μ, σ) と初期値 p をもつ幾何ブラウン運動過程に従うものとする．一般性を失うことなく，$0 < r < \mu$ の関係が満たされているものとする．自己資金調達を仮定し，総資産中の危険資産への投資組入比率を $\alpha(t)$ と表記すれば，投資家の富 $\{W(t), t \geq 0\}$ の変動を記述する確率微分方程式は

$$dW(t) = \Big\{m(\alpha(t)) + \frac{\sigma^2\alpha(t)^2}{2}\Big\}dt + \sigma\alpha(t)dB(t) \tag{1}$$

となる．ここで，$\{B(t), t \geq 0\}$ は 1 次元標準ブラウン運動過程であり，

$$m(\alpha(t)) = (\mu - r)\alpha(t) - \frac{\sigma^2\alpha(t)^2}{2} \tag{2}$$

である．いま，投資家は自らの富に対する目標レベルを有し，計画期間 $[0, T]$ 内にその目標レベルに到達することに最大の興味をもつものとする．目標レベルを $G(> W(0))$ とし，$m(\alpha(t)) \geq 0$ を仮定すると，投資家にとって実行可能な投資組入比率のクラスは次のように表すことができる．

$$\Psi = \{\alpha(t) \mid 0 \leq \alpha(t) \leq 1 \ \text{ and } \ \alpha(t) < \omega\}. \tag{3}$$

ここで，

$$\omega = \frac{\mu - r + \sqrt{(\mu - r)^2 + 2\sigma^2 r}}{\sigma^2} \tag{4}$$

である．

3. 解析と命題

Heath *et al.* [3] に従って以下のような諸量を定義する．x_1と x_2がそれぞれ資産価格と時刻の初期値からなる初期値ベクトル $\mathbf{x} = (\log x_1, x_2)$ の下で，2 変量ベクトル過程 $\mathbf{X} = (\log X_1(t), X_2(t))$ を定義する．ここで $\{X_1(t), t \geq 0\}$ および $\{X_2(t), t \geq 0\}$ はそれぞれ投資家の総資産価格過程および資産運用の経過時間過程を表している．状態空間 F は通常のユークリッド空間のボレル補集合であり，Σ は，初期値ベクトル $\mathbf{x}$ の下で左極限を持ち，かつ右連続なプロセス $\mathbf{X}$ に対する非空な集合 $\mathbf{x}$ への写像，関数 $u(x)$ は状態空間 F から実数軸へのボレル関数とする．

以上の定義の下で，$\mathbf{x} = (\log x_1, x_2)$ は

$$\mathrm{F} = \Big\{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^2;\ 0 < x_1 \leq G,\ 0 \leq x_2 \leq T\Big\} \tag{5}$$

のように定義される．また 2 変量ベクトル過程 $\mathbf{X} \in \Sigma(\mathbf{x})$ は次式を満足する．

$$d\mathbf{X} = \mathbf{a}dt + \mathbf{b}dB(t). \tag{6}$$

ここで，

$$(\mathbf{a}, \mathbf{b}) \in C(\mathbf{x}), \tag{7}$$

$$C(\mathbf{x}) = \Big\{(\begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix});\ (a, b) \in A(x_1)\Big\}, \tag{8}$$

$$A(x_1) = \Big\{(m(\alpha(t)), \sigma\alpha(t));\ \alpha(t) \in \Psi\Big\} \tag{9}$$

である.

計画期間 $[0,T]$ 内で資産価格の最大値が目標レベルを越える確率を最大にするためには，資産価格が目標レベル G と独立でない資産レベル

$$L(x_2+t)=\log G-r(T-x_2-t) \tag{10}$$

に到達すれば，ただちに危険資産へのリバランスを停止（危険資産への組入比率を 0 に）し，無危険資産のみを時刻 T まで保有すればよい.

しかしながら，資産レベル L に $t\in[0,T]$ で到達する確率を最大にする $\alpha(t)$ を具体的に求めることは極めて困難であるので，次のように投資戦略を変更することを考える.

投資家は資産運用期間中，危険資産への組み入れ比率を一定に保つような投資戦略を行うものとする．そして計画期間内に資産価格が式 (10) で表される資産レベル L に到達すると，危険資産へのリバランスを停止し，無危険資産のみを保有するものとする．このような戦略の下での総資産価格過程を $Z(t)$ とする．以上より危険資産への投資組み入れ比率が一定であるという条件の下で，投資家の総資産価格過程 $Z(t)$ に対する成長率 (growth rate) は次式のように表すことができる.

$$\log Z(t)=\log x_1+m(\bar{\alpha})t+\sigma(\bar{\alpha})B(t). \tag{11}$$

ここで,

$$\overline{\alpha}=\begin{cases} 0 & \text{if} \quad \log Z(t)\geq L(x_2+t), \\ \\ \alpha_0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{12}$$

である．これより，問題は最適停止問題と呼ばれる特殊な制御問題に置き換えられる.

総資産価格過程 $Z(t)$ の計画期間内での最大値が目標レベルを越えている確率は，計画期間内に成長率過程 $\log Z(t)$ が式 (10) の資産レベルに到達する確率に置き換えることができ，その確率は次式のように導出することができる.

$$\begin{aligned} Q(\mathbf{x}) &= \Pr\Big\{\sup_{0\leq t\leq T-x_2}\log Z(t)\geq \log G\Big\} \\ &= \Pr\Big\{\sup_{0\leq t\leq T-x_2}\log Z(t)\geq L(x_2+t)\Big\} \\ &= \Phi)(A)+\exp\Big\{\frac{2n(\alpha_0)}{\sigma^2\alpha_0^2}(L(x_2)-\log x_1)\Big\}\Phi(B). \end{aligned} \tag{13}$$

ここで,

$$A=\frac{-L(x_2)+\log x_1+n(\alpha_0)(T-x_2)}{\sigma\alpha_0\sqrt{T-x_2}}, \tag{14}$$

$$B=\frac{-L(x_2)+\log x_1-n(\alpha_0)(T-x_2)}{\sigma\alpha_0\sqrt{T-x_2}}, \tag{15}$$

$$n(\alpha)=m(\alpha)-r, \tag{16}$$

であり，$\Phi(\cdot)$ は標準正規分布関数である．以上のような仮定の下で，投資家の富が計画期間内に目標レベルに到達する確率を

$$u(\mathbf{x})=\Pr\left\{\sup_{0\leq t\leq T-x_2}\log X_1(t)\geq \log G\right\} \tag{17}$$

のように定義すると，問題は

$$Q(\mathbf{x}) \geq V(\mathbf{x}) = \sup\{u(\mathbf{x}) : \mathbf{X} \in \Sigma(\mathbf{x})\}. \tag{18}$$

を満たす定数ポートフォリオα_0を特徴づけることである．

補題 3.1 []: $Q : \mathrm{F} \to \mathbf{R}$ とし，Q は状態空間 F 上で連続で，F の内点 F^0上で連続 2 階導関数をもつとする．このとき，$\mathbf{x} \in \mathrm{F}^0, \mathbf{X} \in \Sigma(\mathbf{x})$ に対して，$Q \geq V$となるための必要かつ十分条件は以下の通りである．

(i) $\mathrm{E}\left[\lim_{t\to\infty} \sup Q(\mathbf{x})\right] \geq \mathrm{E}\left[\lim_{t\to\infty} \sup u(\mathbf{x})\right]$

(ii) $\Pr[D(\mathbf{a}, \mathbf{b})Q(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{for all } t\ ] = 1$

(iii) すべての $t \geq 0, Q(\mathbf{x}) \geq Y$に対して，積分可能な確率変数 Yが存在する．

ここで，$D(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ は $\mathbf{a}$ を $d \times 1$ のベクトル，そして $\mathbf{b}$ を $d \times m$ の行列とすると，次式で表されるような微分オペレーターである．

$$D(\mathbf{a}, \mathbf{b})Q(\mathbf{y}) = Q_x(\mathbf{y})\mathbf{a} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d}\sum_{j=1}^{d} Q_{x_i x_j}(\mathbf{y})(\mathbf{b}\mathbf{b}')_{ij}, \tag{19}$$

$$Q_x(\mathbf{y}) = \left(\frac{\partial Q(\mathbf{y})}{\partial x_1}, \cdots, \frac{\partial Q(\mathbf{y})}{\partial x_d}\right), \tag{20}$$

$$Q_{x_i x_j}(\mathbf{y}) = \frac{\partial^2 Q(\mathbf{y})}{\partial x_i \partial x_j}. \tag{21}$$

以上の結果を直接用いることにより，投資家が不等式 (16) を満足する組み入れ比率α_0を選択するための必要かつ十分条件は以下のようになる．

命題 3.2: $D(\mathbf{a}, \mathbf{b})Q(\mathbf{x})$ は次のような 2 次形式によって表される．

$$D(\mathbf{a}, \mathbf{b})Q(\mathbf{x}) = \Theta_1 \alpha(t)^2 + \Theta_2 \alpha(t) + \Theta_3. \tag{22}$$

そのとき，式 (16) を満足する危険資産への組入比率α_0の解集合は以下のような非線形方程式を満たす．

(1) $\Theta_1 \ \geq \ 0$:

- **(1-1)** $\Theta_1 + \Theta_2 > 0$;
  - **(i)** $\omega \geq 1$ のとき，$\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 \leq 0$.
  - **(ii)** $\omega < 1$ のとき，$\Theta_1 \omega^2 + \Theta_2 \omega + \Theta_3 \leq 0$.
- **(1-2)** $\Theta_1 + \Theta_2 \leq 0$ のとき，$\Theta_3 \leq 0$.

(2) $\Theta_1 \ < \ 0$:

- **(2-1)** $\Theta_2 < 0$ のとき，$\Theta_3 \leq 0$.
- **(2-2)** $0 \leq \Theta_2 < -2\Theta_1$のとき，$-\Theta_2^2/(4\Theta_1) + \Theta_3 \leq 0$.

(2-3) $\Theta_2 \geq -2\Theta_1$;

(i) $\omega \geq 1$ のとき，$\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 \leq 0$.

(ii) $\omega < 1$ のとき，$\Theta_1\omega^2 + \Theta_2\omega + \Theta_3 \leq 0$.

ここで，

$$\Theta_1 = \frac{1}{2\alpha_0^2}\Big[\varphi(\lambda_A + \mathrm{e}^Y\lambda_B) - 2(T - x_2)\left\{\frac{\sigma^2\alpha_0^2}{2}\lambda_A + (\mu - r)\alpha_0\mathrm{e}^Y\lambda_B\right\} \tag{23}$$

$$+4(\mu - r)\left\{\frac{\mu - r}{\sigma^2} - \frac{\alpha_0}{2}\right\}\mathrm{e}^Y\Phi(B)\Big], \tag{24}$$

$$\Theta_2 = (\mu - r)\left[(T - x_2)(\lambda_A + \mathrm{e}^Y\lambda_B) - \frac{2}{\sigma^2\alpha_0^2}\left\{(\mu - r)\alpha_0 - \frac{\sigma^2\alpha_0^2}{2}\right\}\mathrm{e}^Y\Phi(B)\right], \tag{25}$$

$$\Theta_3 = -\frac{1}{2}\varphi(\lambda_A + \mathrm{e}^Y\lambda_B) - n(\alpha_0)(T - x_2)\lambda_A, \tag{26}$$

$$\varphi = L(x_2) - \log x_1 - n(\alpha_0)(T - x_2), \tag{27}$$

$$\lambda_A = \frac{\phi_A}{\sigma(\alpha_0)(T - x_2)^{3/2}}, \tag{28}$$

$$\lambda_B = \frac{\phi_B}{\sigma(\alpha_0)(T - x_2)^{3/2}}, \tag{29}$$

$$Y = \frac{2n(\alpha_0)}{\sigma(\alpha_0)^2}\{L(x_2) - \log x_1\} \tag{30}$$

であり，$\phi(A)$ と $\phi(B)$ は $\Phi(A)$ と $\Phi(B)$ の密度関数を示す.

4. 具体例および考察

Li [11] は計画期間中の累積期待収益率がある値以上になる確率を一定に保ちながら, 総資産価格の成長率を最大にするようなポートフォリオ決定問題を議論した. ここでは命題 3.1 が満足されているという条件の下で, (13) 式で表される確率をある一定値以上に保ちながら, 資産価格が目標レベルに到達する期待時刻 E[τ];

$$\tau = \inf\{t; W(t) \geq G\}, \tag{31}$$

を最小にする問題を考える. ここでは Li [11] に従って, Fractional Kelly Strategy と呼ばれる投資戦略を議論する. つまり, 資産家は Kelly Strategy を f の割合で保有し, 1-f の割合で無危険資産を保有するものとする. f は Fractional Kelly Strategy [9, 10, 11] と呼ばれる. ここで,

Kelly Strategy:

$$\alpha_k = \begin{cases} (\mu - r)/\sigma^2 & \text{if } \ 0 \ < \ \frac{(\mu-r)}{\sigma^2} \ < \ 1, \\ \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \tag{32}$$

上述の戦略の下で, 危険資産への組入比率は明らかに

$$\alpha_{KS} = \alpha_K f \tag{33}$$

となり, fの定義域は $f \in [0, 1/\alpha_k]$ である. また (13) 式で表される確率を

$$S(f) = Q(x)|_{\alpha_0 = \alpha_{KS}} \tag{34}$$

のように表すと, 命題 1 により導かれるfの実行可能領域をΛとすることによって, ポートフォリオ決定問題は次式のような最適化問題として定式化される.

$$\begin{cases} \quad\quad\quad\quad \min \quad \mathrm{E}[\tau], \\ \\ \text{s.t.} \quad\quad S(f) \ \geq \ \gamma \text{ and } f \ \in \ \Lambda \end{cases} \tag{35}$$

ここで E は期待値を表す演算子であり, $\gamma \in [0, 1]$ は投資家が予め設定する確率の下限値である.

定義 4.1: Fractional Kelly Strategy fe の下で $\mathrm{E}[\tau]$ 及び $S(f)$ をそれぞれ $\mathrm{E}e[\tau]$ 及び $Se[\gamma]$ と表すものとする. このとき, 次の条件が満足されているならば, ポートフォリオは有効 (efficient) であるという.

(i) $\mathrm{E}[\tau] > \mathrm{E}e[\tau]$ かつ $S(f) \geq Se(f)$ なる $f(\neq fe)$ が存在しない.

(ii) $S(f) > Se(f)$ かつ $\mathrm{E}[\tau] \geq \mathrm{E}e[\tau]$ なる $f(\neq fe)$ が存在しない.

定義 4.1 より, 投資家が有効な Fractional Kelly Strategy のみを選択することを考える.
　具体的な数値例を用いてfの実行可能領域Λ及びその領域内での確率の最大値を求めたものが表 1 である. 表 1 より, Kelly Strategy をΛ内にある非常に小さな割合だけ保有するとき, 投資家にとって危険資産へのリバランスを資産レベル Gで停止することが最適となる. しかしながらそのとき, 定義 4.1 より Fractional Kelly Strategy は有効でないことがわかる. そして資産価格が目標レベルに到達する確率は非常に小さく, ほとんど 0 になることが示される.
　また資産価格の目標レベルを大きくすると, 危険資産のみを保有すること, つまり Bold Strategy が最適になる一方で, 目標レベルに到達する確率も低下する. 定義 4.1 より, この Fractional Kelly Strategy は有効となる. これより最適投資戦略は目標レベルの値に敏感に影響を受けることがわかる. つまり, 投資家は目標レベルを設定するにあたり, Λ 内に $f = 1/\alpha_K$ が含まれる, すなわち危険資産のみを保有することが最適であるような目標レベルを考えるべきである. さらに, この条件を満たす最小の目標レベルを設定すれば, 総資産価格が目標レベルに到達する確率が最大となる.
　図 1 は問題 (24) に対する投資家戦略の振る舞いを示す. $f \geq 1$ を満足する Fractional Kelly Strategy fは定義 4.1 より有効であり, このことは, 総資産中の危険資産の割合を σ_K よりも大きく設定するならば有効ポートフォリオを形成することが可能であることを意味する. 最終的に, 問題 (24) に対する最適投資戦略について次の結果を得る.

命題 4.2: $Q(x)$ が α_0 に対して単調増加であり, $\gamma = S(f_\gamma)$ が仮定されているものとする. また, $f(\in \Lambda)$ の実行可能な最大値と最小値をそれぞれ $\overline{f}$ 及び $\underline{f}$ とすると, 問題 (24) に対する最適な Fractional Kelly Strategy (以上 f^* と記す) は以下のように表せる.

(I) $\gamma_1 \geq S(1)$ のとき：

(I-1) $f_\gamma \leq \underline{f}$ のとき $f^* = \underline{f}$

(I-2) $\underline{f} < f_\gamma \leq \overline{f}$ のとき $f^* = f_\gamma$

(I-3) $\overline{f} < f_\gamma$ のとき：

(i) $1/\sigma_K \in \Lambda$ のとき, $f^* = 1/\sigma_K$

(ii) $1/\sigma_K \notin \Lambda$ のとき, 解なし.

(II) $\gamma < S(1)$ のとき：

(II-1) $f_\gamma \leq \underline{f}$ のとき：

(i) $1 \leq \underline{f}$ のとき $f^* = \underline{f}$

(ii) $\underline{f} < 1 \leq \overline{f}$ のとき $f^* = 1$

(iii) $\overline{f} < 1$ のとき $f^* = \overline{f}$

(II-2) $\underline{f} < f_\gamma \leq \overline{f}$ のとき $f^* = f_\gamma$

(II-3) $\overline{f} < f_\gamma$ のとき

(i) $1/\alpha_K \in \Lambda$ のとき, $f^* = 1/\alpha_K$

(ii) $1/\alpha_K \notin \Lambda$ のとき, 解なし.

参考文献

[1] R. C. Merton, "Optimal Consumption and Portfolio Rules in a Continuous Time Model", *J. Economic Theory*, Vol. 3, pp. 373-413, 1971.

[2] P. H. Algoet and T. M. Cover, "Asymptotic Optimality and Asymptotic Equiparation Properties at Log-Optimal Investment", *Annals of Probability*, Vol. 16, pp. 876-898, 1988.

[3] D. C. Heath, S. Orey, V. C. Pestein and W. D. Sudderth, "Minimizing or Maximizing the Expected Time to Reach Zero", *SIAM J. Control and Optimization*, Vol. 25, pp. 195-205, 1987.

[4] J. Kelly, "A New Interpretation of Information Rate", *Bell System Technology Journal*, Vol. 36, pp. 917-926, 1956.

[5] K. O. Cogger, O. M. Joy, W. Ruland and P. L. Yu, "A Goal Seeking Investment Model", *Management Science*, Vol. 29, pp. 1027-1036, 1983.

[6] T. Dohi and S. Osaki, "A Note on Portfolio Optimization with Path-dependent Utility, *Annals of Operations Research*, Vol. 45, pp. 77-90, 1993.

[7] T. Dohi, H. Tanaka, N. Kaio and S. Osaki, "Alternative Growth versus Security in Continuous Dynamic Trading", *European J. Operational Research*, Vol. 84, pp. 430-443, 1994.

[8] T. Dohi, E. Kitaoka and S. Osaki, "Alternative Optimality Criteria of Portfolio Selection Based on Threshold Stopping Rule", *Applied Stochastic Models and Data Analysis*, Vol. 10, pp. 257-268, 1994.

[9] L. C. MacLean and W. T. Ziemba, "Growth-Security Portfolio in Capital Accumulation under Risk", *Annals of Operations Research*, Vol. 31, pp. 501-510, 1991.

[10] L. C. MacLean, W. T. Ziemba and G. Blazenko, "Growth versus Security in Dynamic Investment Analysis", *Management Science*, Vol. 38, pp. 1562-1585, 1992.

[11] Y. Li, "Growth-Security Investment Strategy for Long and Short Runs", *Management Science*, Vol. 39, pp. 915-924, 1993.

[12] W. P. Sudderth and A. P. N. Weerasinghe, "Controlling a Process to a Goal in Finite Time", *Math. Operations Research*, Vol. 14, pp. 400-409, 1989.

表１. Fractional Kelly Strategyの実行可能領域

[$\mu = 0.06$, $r = 0.03$, $\sigma = 0.25$]

T	G	Λ	$S(\bar{f})$	T	G	Λ	$S(\bar{f})$
1.0	525	[0.005, 0.015]	0.00	1.6	525	――	――
	550	[0.015, 0.056], 2.083	0.81		550	[0.009, 0.032]	0.00
	575	[0.025, 0.096], 2.083	0.67		575	[0.017, 0.063], 2.083	0.79
	600	[0.034, 0.135], 2.083	0.55		600	[0.024, 0.093], 2.083	0.69
	625	[0.043, 0.172], 2.083	0.45		625	[0.031, 0.123], 2.083	0.59
	650	[0.052, 0.209], 2.083	0.36		650	[0.038, 0.151], 2.083	0.51
1.2	525	[0.003, 0.009]	0.00	1.8	525	――	――
	550	[0.013, 0.047], 2.083	0.84		550	[0.007, 0.026]	0.00
	575	[0.022, 0.083], 2.083	0.72		575	[0.015, 0.055], 2.083	0.82
	600	[0.030, 0.118], 2.083	0.61		600	[0.022, 0.084], 2.083	0.72
	625	[0.038, 0.152], 2.083	0.51		625	[0.029, 0.111], 2.083	0.63
	650	[0.046, 0185], 2.083	0.42		650	[0.035, 0.138], 2.083	0.55
1.4	525	[0.002, 0.004]	0.00	2.0	525	――	――
	550	[0.011, 0.039], 2.083	0.87		550	[0.006, 0.021]	0.00
	575	[0.019, 0.072], 2.083	0.76		575	[0.013, 0.049], 2.083	0.84
	600	[0.027, 0.105], 2.083	0.65		600	[0.020, 0.076], 2.083	0.75
	625	[0.035, 0.136], 2.083	0.55		625	[0.026, 0.102], 2.083	0.66
	650	[0.042, 0.166], 2.083	0.47		650	[0.032, 0.127], 2.083	0.58

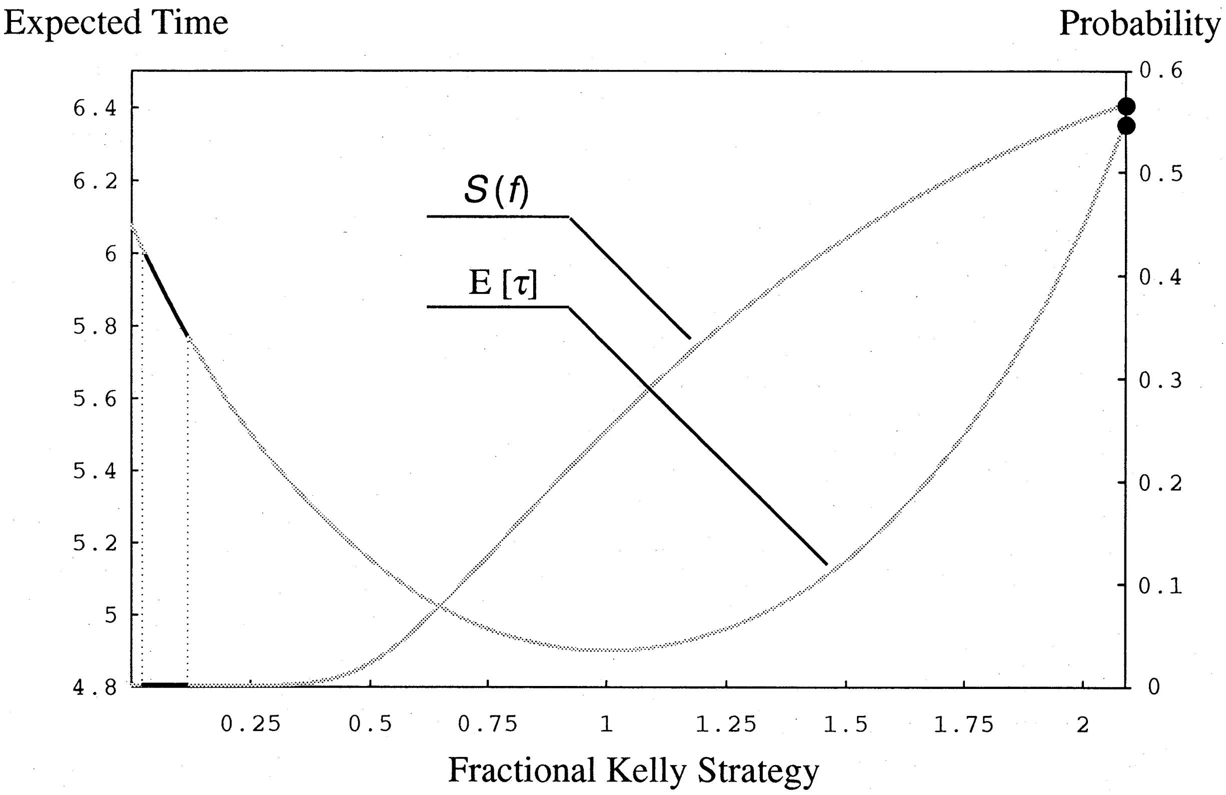

図 1．投資戦略の振るまい

[……… : $f \notin \Lambda$ による$\mathrm{E}[\tau]$，$S(f)$
—— : $f \in \Lambda$ による$\mathrm{E}[\tau]$，$S(f)$]

[G=600[\$], x_1=500[\$], T=1.2[year], x_2=0[year], μ=0.06, r=0.03, σ=0.25]